

## Propuesta de Trabajos Fin de Grado, curso académico 2024-25

**PROFESOR:** Fernando Soria de Diego

Número máximo de TFG que solicita dirigir: 2

1.- **TEMA:** La solución al problema XIX de Hilbert y la regularidad de soluciones de ecuaciones elípticas.

Válido para 2 alumnos (versión clásica y versión no local).

*Resumen/contenido:* En las actas del Congreso Mundial de Matemáticos (ICM) de 1900 celebrado en París, David Hilbert propuso 23 problemas de los que algunos continúan abiertos. El número 19 busca determinar si los problemas en el cálculo de variaciones dados por funcionales suaves producen a su vez soluciones suaves. El problema fue resuelto a finales de la década de 1950 en artículos diferentes por De Giorgi, Nash y Moser. Se trata de un trabajo avanzado consistente en desarrollar la solución a este problema a través de versiones modernas de los artículos de esos autores. El problema tiene también sentido en el contexto de lo que se conoce como operadores no locales, tipo el Laplaciano fraccionario

*Requisitos:* Teoría de la Integral y de la Medida y Ecuaciones en Derivadas Parciales

*Asignaturas de cuarto relacionadas/compatibles:* Variable Real, Ec. Diferenciales y Aplicaciones, Análisis Funcional

*Bibliografía/referencias:*

- De Giorgi, E. "Sulla differenziabilità e l'analicità delle estremali degli integrali multipli regolari", Memorie della Accademia delle Scienze di Torino (1957)
- Hilbert, D, Mathematical Problems. Bulletin of the American Mathematical Society. 8 (1902).
- Kassmann, M.: A priori estimates for integro-differential operators with measurable kernels. Calc. Var. 34 (2009), 1–21.
- Nash, John (1957), "Parabolic equations", PNAS 43, (1957)
- Moser, J. "A new proof of De Giorgi's theorem concerning the regularity problem for elliptic differential equations", Comm PA Math 13 (1960)

2.- **TEMA:** La ecuación de Schrödinger y la convergencia puntual de las soluciones al dato inicial: un teorema de Lennart Carleson.

Válido para 1 alumno.

*Resumen/contenido:* El trabajo consiste en estudiar el problema de la convergencia al dato de las soluciones a la ecuación de Schrödinger en dimensión 1, relacionándolo con la pertenencia a cierto espacio de Sobolev. Este problema fue resuelto por L. Carleson en 1980 y dio lugar a una productiva etapa del análisis armónico en busca del resultado análogo en dimensiones superiores.

*Requisitos:* Teoría de la Integral y de la Medida y Ecuaciones en Derivadas Parciales.

*Asignaturas de cuarto relacionadas/compatibles:* Variable Real, Ecuaciones Diferenciales y Aplicaciones, Análisis Funcional.

*Bibliografía/referencias:*

- L. Carleson, *Some analytic problems related to statistical mechanics*. Euclidean harmonic analysis. Springer, Berlin, Heidelberg, 1980.
- E. Stein & R. Shakarchi, *Real Analysis: Measure Theory, Integration, and Hilbert Spaces*. Princeton Lectures in Analysis, 2005
- E. Stein & R. Shakarchi, *Fourier Analysis: An Introduction*. Princeton Lectures in Analysis, 2003